

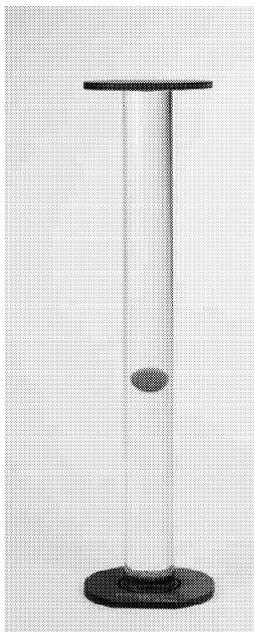
# MECANIQUE

## Chute dans un fluide

Réf : 243 007 ou 243 008 ou 243 009

### I. Description

---



Dispositif permettant de visualiser les phases d'accélération et de vitesse limite lors de la chute d'une bille dans un fluide.

L'ensemble se compose d'un tube en plastique rempli par un fluide transparent contenant une bille. Le tube est fermé à chaque extrémité par un socle sérigraphié avec les caractéristiques du tube et de la bille.

Le centrage de la bille se fait automatiquement grâce à un cône situé au niveau des embases.

Pour amener la bille en position haute, le tube doit être retourné en plaçant **un aimant ferrite** (non fourni) sous le socle : la bille possédant un noyau magnétique reste ainsi plaquée contre le socle.

Le lâcher de la bille se fait ensuite en décollant verticalement l'aimant du socle.

#### Matériel complémentaire

Aimants ferrites

Réf. 263 016

Webcam ToUcam Philip

Réf. 571 201

Logiciel vidéo Cinéris

Réf. 000 344

Chute dans un fluide 1 ou 2 ou 3

Réf. 243 007 ou 243 008 ou 243 009

### II. Caractéristiques techniques

---

- Masse volumique du fluide :  $860 \text{ kg.m}^{-3}$
- Masse volumique de la bille :  $2690 \text{ kg.m}^{-3}$  (Réf. 243 007)  
 $4460 \text{ kg.m}^{-3}$  (Réf. 243 008)  
 $7790 \text{ kg.m}^{-3}$  (Réf. 243 009)
- Rayon de la bille : 12,5 mm
- Modèle théorique pour la force de frottement :  $F = k.v$  (Réf. 243 007 et 243 008)  
 $F = k.v^2$  (Réf. 243 009)
- Dimensions du tube :  $\Phi 50 \times 500 \text{ mm}$
- Dimensions totales :  $\Phi 130 \times 500 \text{ mm}$
- Masse totale : 1,4 kg
- Garantie : 2 ans

### III. Manipulations

---

#### 1. La nature et le rôle de l'expérience

Etude de la chute de différents objets (même forme, même volume et masse différente) dans l'huile de paraffine.

Mise en évidence de l'existence de deux phases dans le mouvement :

- 1<sup>ère</sup> phase, le système accélère (régime initial).
- 2<sup>ème</sup> phase, le système se déplace à vitesse constante (régime asymptotique).

Notion de vitesse limite (dépend uniquement de la masse de l'objet).

Application de la seconde loi de Newton :

- 1<sup>ère</sup> phase, établir l'équation différentielle du mouvement.
- 2<sup>ème</sup> phase, appliquer le principe d'inertie (mouvement rectiligne uniforme du centre d'inertie du système).

#### 2. le matériel utilisé

- Une caméra (webcam) *ToUcam pro* de *Philips*.
- Un ordinateur
- Le logiciel vidéo *Cinéris*
- Chute de bille 1, 2 et 3. (Chaque tube contient une bille sphérique. Elles sont de même volume, de même état de surface et de masses différentes.)
- Un aimant pour déclencher la chute de la bille.

#### 3. Le déroulement de l'expérience

À l'aide d'une webcam, filmer la chute de trois billes dans l'huile de paraffine.

Le choix des masses volumiques des billes est tel que le mouvement présente deux phases (une phase accélérée, une phase uniforme) mais avec des différences quant à la durée de ces phases.

Créer des fichiers *Chute bille n.avi* et les exploiter.

Le traitement graphique de ces fichiers vidéos, à l'aide du logiciel *Cinéris*, conduit à la création de courbes traduisant le mouvement des billes.

Ces courbes font apparaître les phases du mouvement de la chute des billes et montrent l'évolution de la vitesse. L'un des objectifs est de montrer expérimentalement l'influence de la masse sur la durée des phases du mouvement et sur la valeur de la vitesse limite.

- Une étude théorique permet d'établir l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k \cdot v}{\rho_b \cdot V} + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_b}\right) \quad (\text{si le frottement est modélisé par } F = k \cdot v)$$
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k \cdot v^2}{\rho_b \cdot V} + g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_b}\right) \quad (\text{si le frottement est modélisé par } F = k \cdot v^2)$$

La résolution de cette équation peut être réalisée par la méthode d'Euler.

Enfin on établit l'expression de la vitesse limite en fonction des paramètres :

$$v_L = \frac{\rho_b \cdot V \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g}{k} \quad (\text{si le frottement est modélisé par } F = k \cdot v).$$

$$v_L = \sqrt{\frac{\rho_b \cdot V \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g}{k}} \quad (\text{si le frottement est modélisé par } F = k \cdot v^2).$$

$v_L$  : vitesse limite ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

$\rho_b$  et  $\rho_f$  : masses volumiques de la bille et du liquide (ou fluide) ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ).

$g$  : valeur du champ de pesanteur ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ) ou ( $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ ).

$V$  : volume de la bille ( $\text{m}^3$ ).

$k$  : coefficient de frottement fluide ( $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$  ou  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$  selon le modèle adopté).

#### 4. La réalisation du montage et les réglages

##### a. Réglages préliminaires

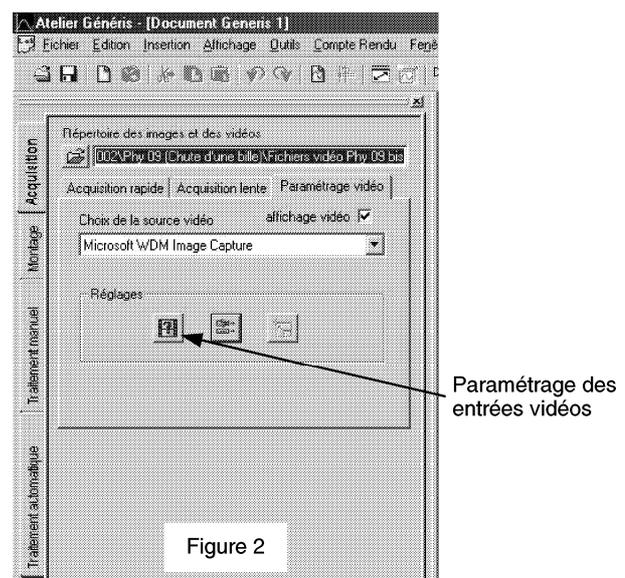
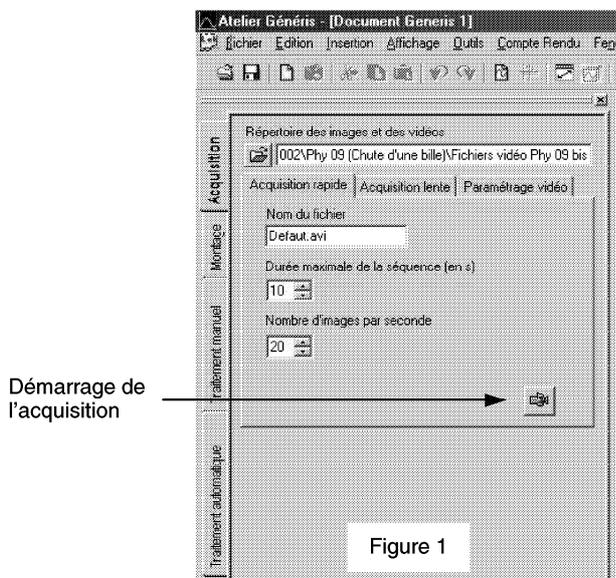
- Poser la webcam sur un plan horizontal.
- Pour l'arrière plan du film, prévoir une planche, en bois ou en carton, recouverte d'un tissu (bleu, vert ou gris) ou peinte dans ces mêmes couleurs.
- Placer la webcam de façon à avoir toute la hauteur des tubes dans le champ.
- S'assurer que l'échelle graduée (une règle plate convient bien) se trouve dans le champ de la caméra et dans le plan du mouvement.

##### Astuce

Faire un signe avec la main libre au moment du lâcher de bille pour faciliter la recherche du début de la séquence sur la vidéo.

##### b. Acquisition des images

- Ouvrir *Cinéris*. Une partie de l'écran est représentée (Figure 1).
- Choisir l'onglet **Paramétrage Vidéo**. Un nouvel écran apparaît (Figure 2)



### C. Paramétrage des entrées vidéos

Le paramétrage de la webcam est celui du modèle *ToUcam* de *Philips*.

- Décocher le **Réglage entièrement automatique** (Figure 3) et choisir le nombre d'**Images par secondes**. Les chutes avec frottements sont lentes, 25 ou 30 images par seconde suffisent.

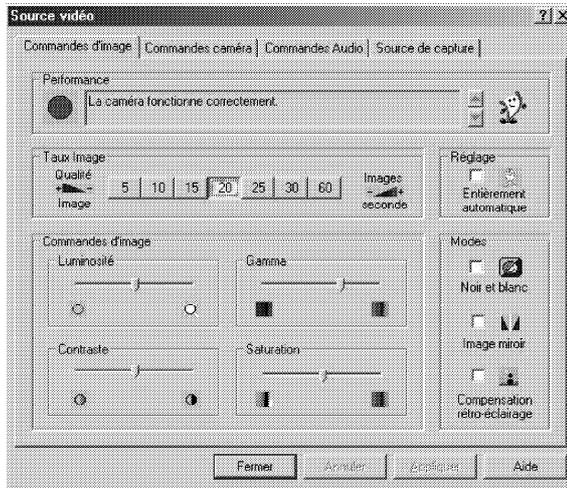


Figure 3

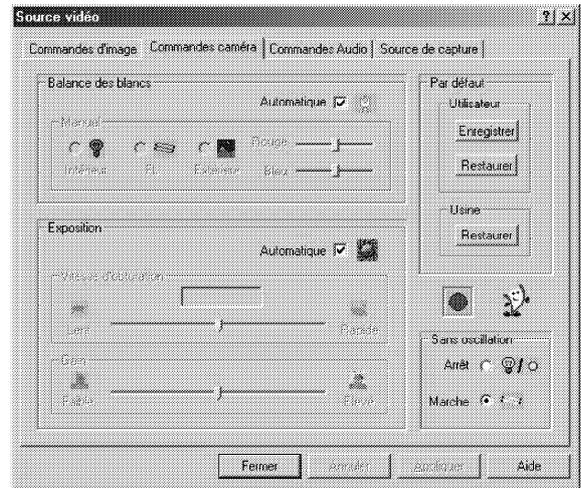


Figure 4

- Cliquer sur l'onglet **Commandes caméra**. Si l'objet n'est pas net sur la vidéo (exemple : balle qui laisse une trace au lieu d'un point) alors il faut augmenter la **Vitesse d'obturation** après avoir décoché la case **Automatique**.
- Mais il faut sans doute apporter de la lumière à l'aide de projecteurs, pour cela élever le **Gain** et éviter le phénomène d'oscillation en cliquant sur la case **Marche** qui se trouve dans **Sans Oscillation**. D'ailleurs pour des vidéos en intérieur, il est souvent indispensable de cocher cette dernière case.
- Terminer les réglages des **Commandes caméra** en cliquant sur **Fermer** (Retour sur l'écran de la figure 2).
- Choisir **Acquisition rapide** pour retourner sur l'écran de la Figure 1 et confirmer le nombre d'images par secondes (30 dans notre cas).
- Préciser aussi la durée du film (une durée de 10 secondes semble être bien adaptée dans cette expérience).
- Donner un nom au fichier et démarrer l'acquisition en cliquant sur l'icône : 

Remarque : Pendant l'enregistrement vidéo l'image est fixe.

S'il y a perte d'image essayer à nouveau en diminuant le nombre d'images par seconde.

### d. Montage de la vidéo

Nous allons maintenant sélectionner la partie utile de la vidéo.

- Choisir l'onglet **Montage** à gauche (Figure 1). Vous atteignez l'écran de la Figure 5.

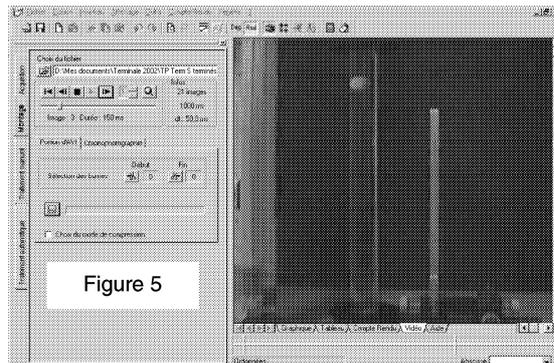


Figure 5

- Faire défiler le film, image par image, et s'arrêter sur celle du début du mouvement. Enlever alors toute la partie précédente en cliquant sur les ciseaux **Début**.
- Faire à nouveau défiler le film image par image et s'arrêter sur la dernière image choisie.
- Enlever alors toute la partie suivante en cliquant sur les ciseaux **Fin**.
- Cliquer ensuite la case **Choix du mode de compression** et sur l'icône représentée par une disquette 
- Choisir **Codec Cinepak de Radius** dans **Compresseur** (Figure 6).
- Donner un nom au fichier.

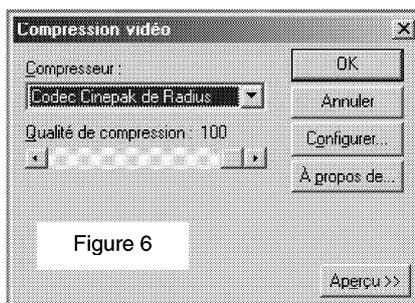


Figure 6

### e. Traitement de la vidéo

- Choisir l'onglet **Traitement manuel** à gauche. Vous êtes sur l'écran de la Figure 7.

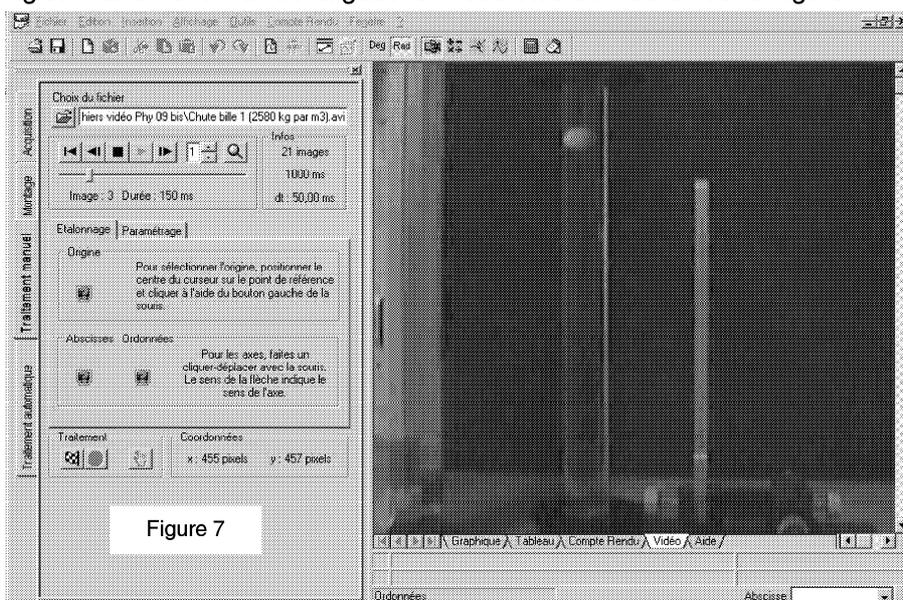


Figure 7

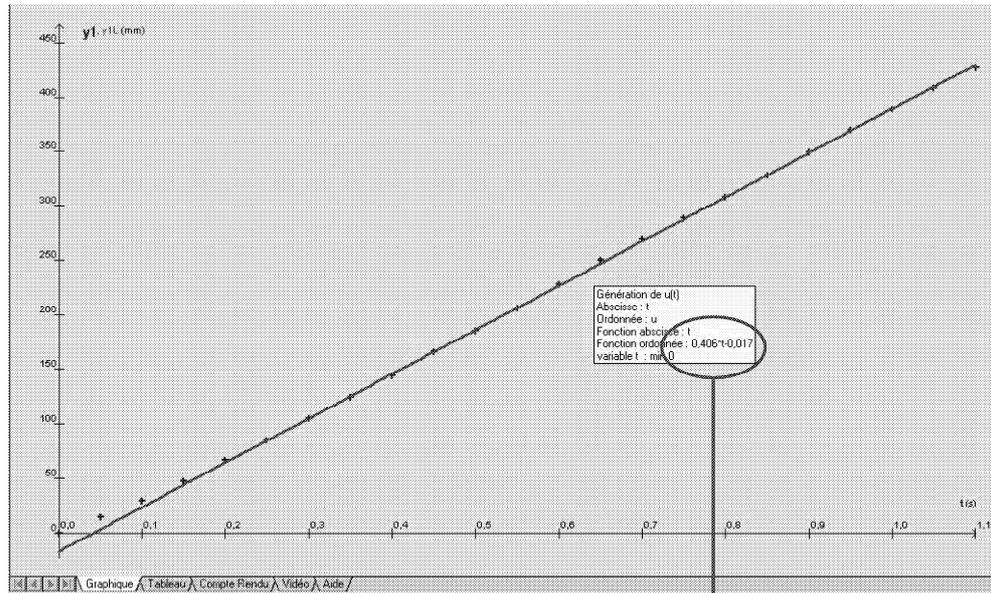
- Faire l'étalonnage, le paramétrage et le traitement (clic sur : ) du mouvement enregistré.
- Enfin cliquer sur l'onglet *Tableau* ou *Graphique* pour passer à l'exploitation des courbes obtenues.

## 5. L'exploitation des mesures

L'outil *Droite*, utilisé directement sur le graphe, ou le calcul de la vitesse (par la création de la dérivée de  $y(t)$ ) montre que chaque bille atteint une vitesse limite.

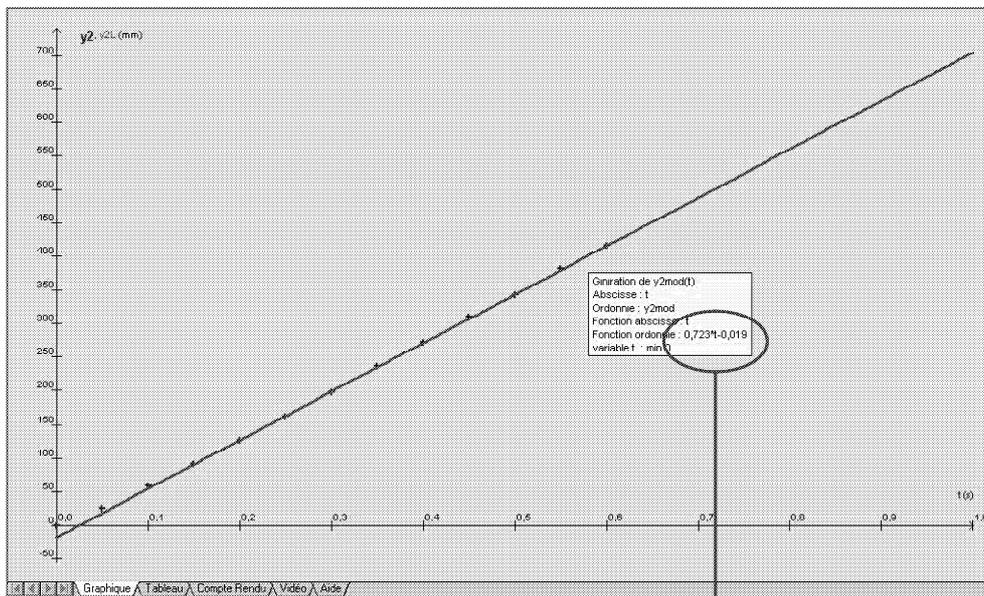
**a. La chute dans le tube 1 : la masse volumique de la bille est  $\rho_b = 2,69.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$**

La mesure de la vitesse limite  $v_L$  est donnée par le coefficient directeur de la droite  $y1L(t)$  qui modélise la partie rectiligne de la courbe  $y1(t)$ .



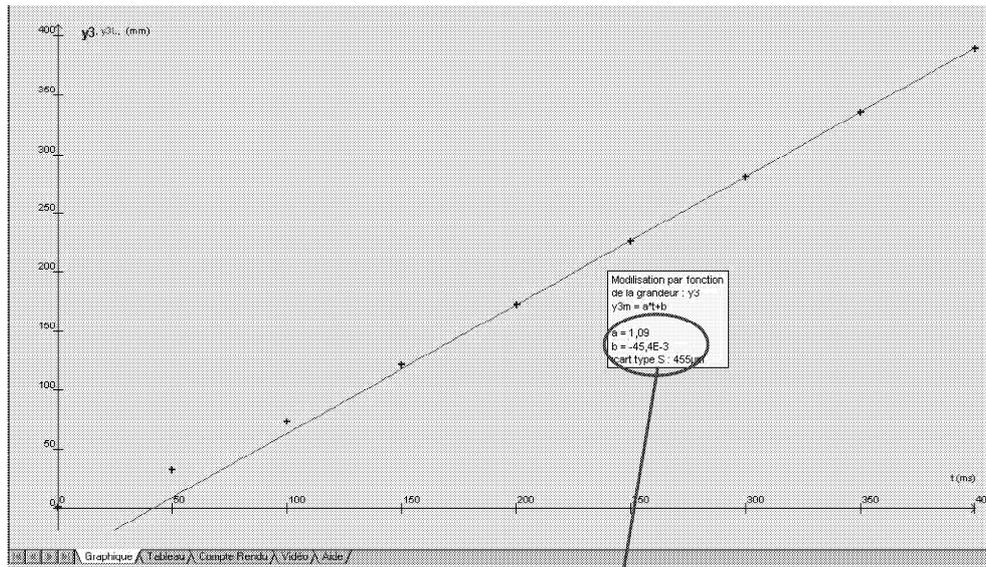
- La vitesse limite atteinte par la bille dans le tube 1 est  $v_L = 0,406 \text{ m.s}^{-1}$ .

**b. La chute dans le tube 2 : la masse volumique de la bille est  $\rho_b = 4,46.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$**



- La vitesse limite atteinte par la bille dans le tube 2 est  $v_L = 0,723 \text{ m.s}^{-1}$ .

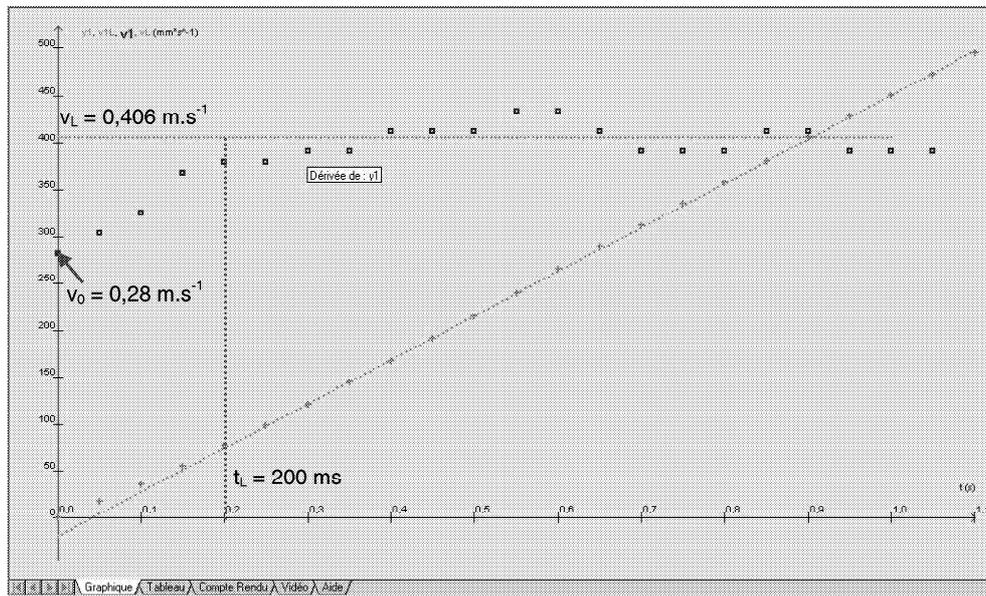
**c. La chute dans le tube 3 : la masse volumique de la bille est  $\rho_b = 7,79.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$**



- La vitesse limite atteinte par la bille dans le tube 3 est  $v_L = 1,09 \text{ m.s}^{-1}$ .

**d. La vitesse  $v(t)$  des billes : représentation et mesure des vitesses limite et initiale**

L'exemple de la chute dans le tube 1



L'affichage de la courbe  $v_1(t)$ , c'est-à-dire la dérivée  $y'_1$  de la courbe  $y_1$ , montre l'évolution de la vitesse. Celle-ci devient à peu près constante au bout d'une durée  $t_L \approx 200 \text{ ms}$ .

Les résultats des mesures pour les trois tubes

Tube	Vitesse initiale de la bille (en $\text{m.s}^{-1}$ )	Vitesse limite de la bille (en $\text{m.s}^{-1}$ )
1	0,28	0,406
2	0,50	0,723
3	0,57	1,09

### e. L'étude dynamique de la chute d'une bille

- Bilan des forces :

Attraction terrestre (poids) :  $P = m \cdot g = \rho_b \cdot V \cdot g$

Frottement fluide :  $F$

Poussée d'Archimède :  $A = \rho_f \cdot V \cdot g$

(avec  $V$  volume de la bille :  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ )

- Cas où le frottement est modélisé par  $F = k \cdot v$

Application de la 2<sup>e</sup> loi de Newton :  $m \cdot \frac{dv}{dt} = -k \cdot v + m \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g$  (avec :  $m = \rho_b \cdot V$ )

Si  $v = v_L$  (constante) alors  $\frac{dv}{dt} = 0$ , la bille a un mouvement rectiligne uniforme, ce qui revient à appliquer la 1<sup>e</sup> loi de Newton :

Dans ce cas :  $v_L = \frac{\rho_b \cdot V \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g}{k}$  ou  $v_L = \frac{m \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g}{k}$

On constate que  $v_L$  augmente avec la masse  $m$ .

- Cas où le frottement est modélisé par  $F = k \cdot v^2$

Application de la 2<sup>e</sup> loi de Newton :  $m \cdot \frac{dv}{dt} = -k \cdot v^2 + m \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g$

Si  $v = v_L$  (constante) alors  $\frac{dv}{dt} = 0$ , la bille a un mouvement rectiligne uniforme ce qui revient à appliquer la 1<sup>e</sup> loi de Newton. Dans ce cas :

$v_L = \sqrt{\frac{\rho_b \cdot V \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g}{k}}$  ou  $v_L = \sqrt{\frac{m \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g}{k}}$

On vérifie ainsi que, plus  $m = \rho_b \cdot V$  est grand, plus la vitesse limite  $v_L$  est grande.

### f. La valeur du coefficient de frottement fluide

L'étude des graphes des chutes de billes permet d'obtenir la valeur expérimentale de la vitesse limite atteinte :  $v_L$ .

Les expressions de  $v_L$  précédentes donnent :

- pour le modèle  $F = k \cdot v$

$$k = \frac{V \cdot g (\rho_b - \rho_f)}{v_L}$$

- pour le modèle  $F = k \cdot v^2$

$$k = \frac{V \cdot g (\rho_b - \rho_f)}{v_L^2}$$

## 6. Conclure

### *a. Le cas où le frottement est modélisé par $F = k.v$*

Expression de l'équation différentielle sous la forme :  $\frac{dv}{dt} = -a.v + b$ :

$$\begin{aligned} m. \frac{dv}{dt} &= -k.v + m.g - \rho_f.V.g \\ \rho_b.V. \frac{dv}{dt} &= -k.v + \rho_b.V.g - \rho_f.V.g \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{k.v}{\rho_b.V} + g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_b}\right) \end{aligned}$$

$$\frac{dv}{dt} = -a.v + b \quad \text{avec} \quad a = \frac{k}{\rho_b.V} \quad \text{et} \quad b = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_b}\right)$$

### *b. Le cas où le frottement est modélisé par $F = k.v^2$*

On retrouve : 
$$a = \frac{k}{\rho_b.V} \quad \text{et} \quad b = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_b}\right)$$

#### **Service après vente**

Pour tous problèmes, réparations, réglages ou pièces détachées, adressez-vous à :

**S.A.V. JEULIN**  
**BP 1900**  
**27019 EVREUX CEDEX**  
**FRANCE**